OMEGA ACADEMY, CURSO DE MÉTODOS NUMÉRICOS.

Erika Jissel Gutiérrez Beltrán

Daniel Fernández Delgado

Frank Edward Daza González

Johanna Arias

Freddy Sebastian García

Profesor:

Walter German Magaña

Materia:

Métodos Numéricos

Universidad de San Buenaventura Cali

2014

Guía de métodos numéricos.

Ingeniería Multimedia e Ingeniería de Sistemas

UNIDAD ONCE

Método de Simpson 1/3.

Este método de integración numérica se utiliza para obtener valores aproximados y más precisos de integrales definidas utilizando la siguiente formula.

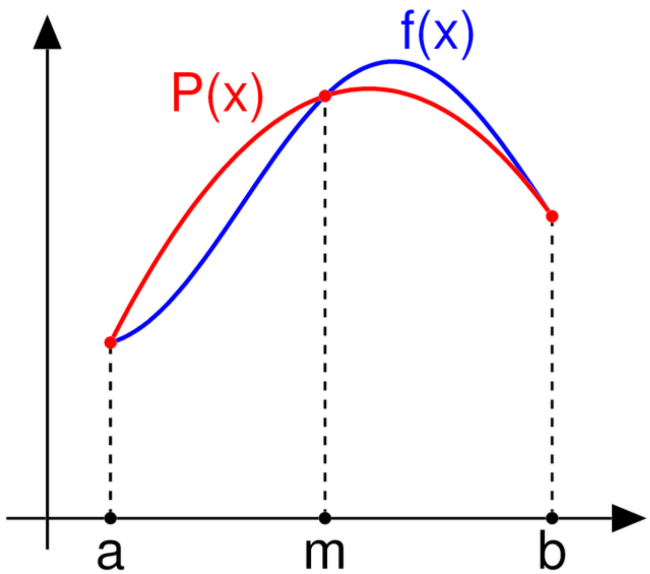

Imagen 1: gráfica explicativa del método, tomado de (http://es.wikipedia.org/wiki/Regla_de_Simpson#mediaviewer/File:Simpsons_method_illustration.png)

Forma simple:

$$I = \int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}[f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)]$$

Forma compuesta:

$$I = \int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}[f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)] + \frac{h}{3}[f(x_2) + 4f(x_3) + f(x_4)] + \frac{h}{3}[f(x_4) + 4f(x_5) + f(x_6)]$$

Para este caso se resolverá una integral definida por medio del método de Simpson 1/3 de manera simple utilizando la siguiente función.

$$\int_1^2 \frac{x^3 dx}{1 + x^{\frac{1}{2}}}$$

En un intervalo de $[1,2]$

Obteniendo así la siguiente gráfica.

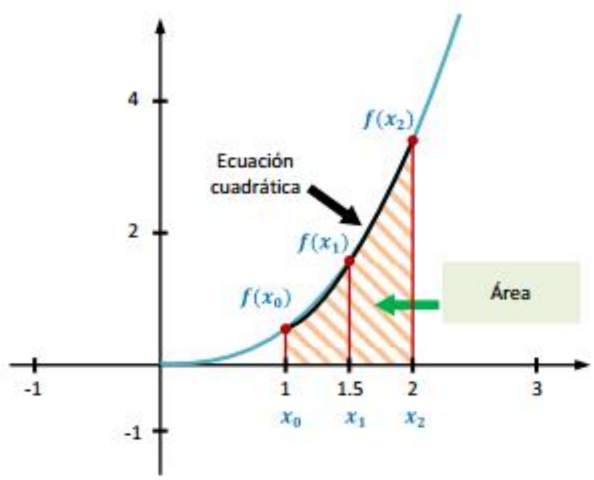

Imagen 2: Ejemplo tomado de (https://cristiancastrop.files.wordpress.com/2010/09/ejercicios-resueltos-integracion-numerica.pdf)

En donde a = 1

b = 2 y n = 2

N es igual al número de intervalos o particiones.

Para resolver esta integral se utilizará la siguiente formula enseñada anteriormente

$$I = \int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}[f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)]$$

En donde para encontrar h lo que se debe hacer es reemplazar valores en la siguiente formula.

Recordemos que h es el ancho entre cada intervalo.

$$h = \frac{b-a}{n}$$

Al reemplazar nos queda:

$$h = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2} = 0.5$$

Ahora se procederá a reemplazar los valores de $x_{0,}x_{1,}x_2$ en la función original, quedando de la siguiente forma.

$$x_0 = 1$$

$$x_1 = 1.5\ (este\ es\ el\ punto\ medio)$$

$$x_2 = 2$$

Reemplazamos

$$x_0 = 1$$

$$\int_1^2 \frac{1^3 dx}{1 + 1^{\frac{1}{2}}} = 0.5$$

En

$$x_1 = 1.5$$

$$\int_1^2 \frac{1.5^3 dx}{1 + 1.5^{\frac{1}{2}}} = 1.517$$

Ahora en

$$x_2 = 2$$

$$\int_1^2 \frac{2^3 dx}{1 + 2^{\frac{1}{2}}} = 3.313$$

Luego, reemplazamos en la fórmula de Simpson 1/3

$$i = \frac{0.5}{3}[0.5 + 4(1.517) + 3.313] = 1.64$$

En donde, 1.64 es el resultado aproximado de la integral definida.

Para realizar una integral definida por medio de Simpson 1/3 con formula compuesta se debe tener en cuenta que el valor de N cambia según el número de particiones definidas.

La fórmula de Simpson 1/3 compuesta se debe simplificar

$$I = \int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}[f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)] + \frac{h}{3}[f(x_2) + 4f(x_3) + f(x_4)] + \frac{h}{3}[f(x_4) + 4f(x_5) + f(x_6)]$$

Simplificando:

$$I = \int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}\left[f(x_0) + 4\sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + \sum_{i=2}^{n-2} f(x_i) + f(x_n)\right]$$

Luego, se reemplazan los puntos de los intervalos en la función original, para luego reemplazar en la formula resultante de la simplificación y obtener el resultado.