

OMEGA ACADEMY, CURSO DE MÉTODOS NUMÉRICOS.

Erika Jissel Gutiérrez Beltrán
Daniel Fernández Delgado
Frank Edward Daza González
Johanna Arias
Freddy Sebastian García

Profesor:

Walter German Magaña

Materia:

Métodos Numéricos

Universidad de San Buenaventura Cali

2014

**Guía de métodos numéricos.
Ingeniería Multimedia e Ingeniería de Sistemas**



UNIDAD DOCE

Método de Simpson 3/8.

Este método de integración numérica se utiliza para obtener valores aproximados y más precisos de integrales definidas utilizando la siguiente fórmula.

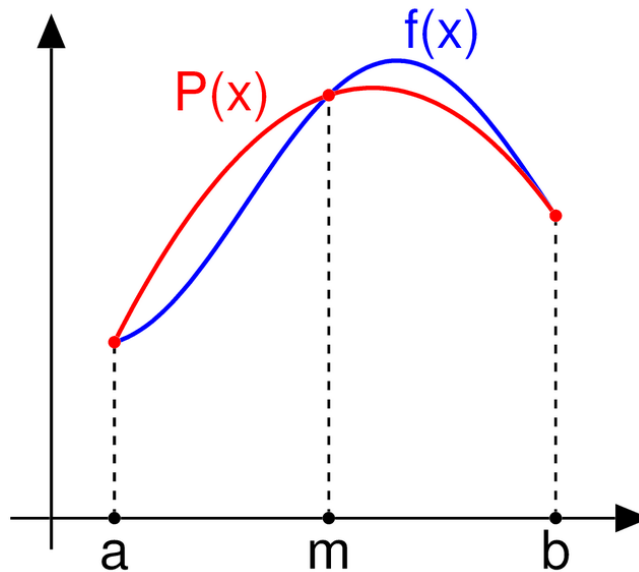


Imagen 1: gráfica explicativa del método, tomado de (http://es.wikipedia.org/wiki/Regla_de_Simpson#mediaviewer/File:Simpsons_method_illustration.png)

Forma simple:

$$I = \int_a^b f(x) dx = \frac{3h}{8} [f(x_0) + 3f(x_1) + 3f(x_2) + f(x_3)]$$

Forma compuesta:

$$I = \int_{a=x_0}^{b=x_n} f(x) dx = \frac{3h}{8} \left[f(x_0) + 3 \sum_{\substack{i=1 \\ 1,4,7}}^{n-2} f(x_i) + 3 \sum_{\substack{i=2 \\ 2,5,8}}^{n-1} f(x_i) + 2 \sum_{\substack{i=3 \\ 3,6,9}}^{n-3} f(x_i) + f(x_n) \right]$$

Guía de métodos numéricos.

Ingeniería Multimedia e Ingeniería de Sistemas

Para hallar el valor de h se utilizará la siguiente fórmula. Recordemos que h es el ancho de existente entre cada intervalo.

$$h = \frac{b - a}{n}$$

El método de Simpson 1/3 es el más utilizado puesto que maneja un nivel de exactitud más alto en comparación con el método de Simpson 3/8, que tiene su utilidad en funciones de segmentos impares.

Para este caso se resolverá una integral definida por medio del método de Simpson 3/8 de manera simple utilizando la siguiente función.

$$\int_1^2 \frac{x^3 dx}{1 + x^2}$$

En un intervalo de $[1,2]$

Obteniendo así la siguiente gráfica.

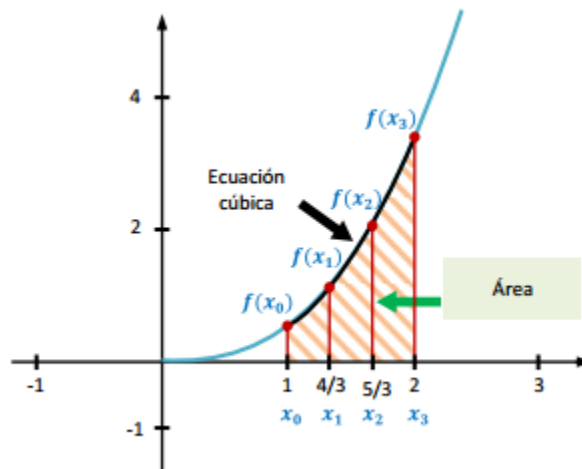


Imagen 2: Ejemplo tomado de (<https://cristiancastrop.files.wordpress.com/2010/09/ejercicios-resueltos-integracion-numerica.pdf>)

Guía de métodos numéricos.

Ingeniería Multimedia e Ingeniería de Sistemas

En donde $a = 1$

$$b = 2 \quad y \quad n = 3$$

$n=3$ debido a que en el método de Simpson 3/8 se utilizan segmentos impares.

N es igual al número de intervalos o particiones.

Para resolver esta integral se utilizará la siguiente fórmula simple enseñada anteriormente

$$I = \int_a^b f(x)dx = \frac{3h}{8} [f(x_0) + 3f(x_1) + 3f(x_2) + f(x_3)]$$

En donde para encontrar h lo que se debe hacer es reemplazar valores en la siguiente fórmula.

Recordemos que h es el ancho entre cada intervalo.

$$h = \frac{b - a}{n}$$

Al reemplazar nos queda:

$$h = \frac{2 - 1}{3} = \frac{1}{3} = 0.333$$

Ahora se procederá a reemplazar los valores de x_0, x_1, x_2, x_3 en la función original, quedando de la siguiente forma.

Guía de métodos numéricos.

Ingeniería Multimedia e Ingeniería de Sistemas

Reemplazamos

$$x_0 = 1$$

$$\int_1^2 \frac{1^3 dx}{1 + 1^{\frac{1}{2}}} = 0.5$$

Para hallar un nuevo valor para x se utiliza la siguiente formula:

$$f = (x_0 + h)$$

En donde

$$x_1 = 1 + 0.333 = 1.333$$

$$\int_1^2 \frac{(1.333)^3 dx}{1 + (1.333)^{\frac{1}{2}}} = 1.100$$

Ahora en

$$x_2 = 1.333 + 0.333 = 1.666$$

$$\int_1^2 \frac{(1.666)^3 dx}{1 + (1.666)^{\frac{1}{2}}} = 2.020$$

Hallando x_3

$$x_2 = 1.666 + 0.333 = 2$$

Guía de métodos numéricos.

Ingeniería Multimedia e Ingeniería de Sistemas

$$\int_1^2 \frac{(2)^3 dx}{1 + (2)^{\frac{1}{2}}} = 3.313$$

Para algunos valores se están utilizando cifras aproximadas por su nivel de complejidad y extensión, facilitando así el desarrollo de la integral.

Obteniendo así la siguiente tabla de valores:

h	0.333
x_0	1
$F(x_0)$	0.5
x_1	1.333
$F(x_1)$	1.100
x_2	1.666
$F(x_2)$	2.020
x_3	2
$F(x_3)$	3.313

Luego, reemplazamos en la fórmula de Simpson 3/8

$$i = \frac{3(0.333)}{8} [0.5 + 3(1.100) + 3(2.020) + 3.313] = 1.647$$

En donde, 1.647 es el resultado aproximado de la integral definida.

Guía de métodos numéricos.

Ingeniería Multimedia e Ingeniería de Sistemas