OMEGA ACADEMY, CURSO DE MÉTODOS NUMÉRICOS.

Erika Jissel Gutiérrez Beltrán

Daniel Fernández Delgado

Frank Edward Daza González

Johanna Arias

Freddy Sebastián García

Profesor:

Walter German Magaña

Materia:

Métodos Numéricos

Universidad de San Buenaventura Cali

2014

Guía de métodos numéricos.

Ingeniería Multimedia e Ingeniería de Sistemas

UNIVERSIDAD DE SAN BUENAVENTURA CALI

UNIDAD DIECIOCHO

Matriz Inversa

Dada una matriz cuadrada A, si existe otra matriz A’ del mismo orden que verifique: $A.B = B.A = I$ (I = matriz identidad), se dice que B es la matriz inversa de A y se representa por $A^{\wedge}-1$

Si existe la matriz inversa de A, se dice que la matriz A es inversible o regular.

Una matriz A de orden n (n filas y n columnas) tiene inversa cuando su rango es n, es decir, cuando el rango de dicha matriz coincide con su orden.

Primero se tiene un teorema:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

Si el determinante de A no es cero el inverso multiplicativo de A es:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{bmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{bmatrix}$$

Ejemplo:

Encontrar A^{-1}

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

Primero se halla el determinante de A:

$$|A| = (3)(4) - (5)(1) = (12) - (5) = 7$$

Luego se calcula la $adjA$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A_{11} = 4 \qquad A_{12} = -1$$

$$A_{21} = -5 \qquad A_{22} = 3$$

Después con las respuestas se arma la matriz B y luego se obtiene B^T que es la $adjA$.

$$B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} \qquad B^T = \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = adjA$$

A continuación se aplica el teorema

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{bmatrix} A_{11} & -A_{21} \\ -A_{12} & A_{22} \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{7}\begin{bmatrix} 4 & -5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{7} & \frac{-5}{7} \\ -\frac{1}{7} & \frac{3}{7} \end{bmatrix}$$

Finalmente se comprueba el resultado:

$$AA^{-1} = I_2 = A^{-1}A$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{4}{7} & \frac{-5}{7} \\ -\frac{1}{7} & \frac{3}{7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$a_{11} = (3)\left(\frac{4}{7}\right) + (5)\left(-\frac{1}{7}\right) = \frac{12}{7} - \frac{5}{7} = \frac{7}{7} = 1$$

$$a_{12} = (3)\left(-\frac{5}{7}\right) + (5)\left(\frac{3}{7}\right) = -\frac{15}{7} + \frac{15}{7} = \frac{0}{7} = 0$$

$$a_{21} = (1)\left(\frac{4}{7}\right) + (4)\left(-\frac{1}{7}\right) = \frac{4}{7} - \frac{4}{7} = \frac{0}{7} = 0$$

$$a_{22} = (1)\left(-\frac{5}{7}\right) + (4)\left(\frac{3}{7}\right) = -\frac{-5}{7} + \frac{12}{7} = \frac{7}{7} = 1$$