OMEGA ACADEMY, CURSO DE MÉTODOS NUMÉRICOS.

Erika Jissel Gutiérrez Beltrán

Daniel Fernandez Delgado

Frank Edward Daza González

Johanna Arias

Freddy Sebastian Garcia

Profesor:

Walter German Magaña

Materia:

Métodos Numéricos

Universidad de San Buenaventura Cali

2014

Guía de métodos numéricos.

Ingeniería Multimedia e Ingeniería de Sistemas

UNIVERSIDAD DE
SAN BUENAVENTURA
CALI

UNIDAD TRES

Método de la bisección.

Este método consiste en calcular raíces que no se pueden despejar de manera sencilla aplicando el teorema de Bolzano o teorema del valor intermedio.
Este algoritmo busca raíces dividiendo el intervalo a la mitad seleccionando el sub-intervalo de la raíz.

- Teorema de Bolzano o valor intermedio: es un teorema sobre funciones continuas reales definidas sobre un intervalo.

$$\frac{\exists\ \mathrm{C} \in [\mathrm{a}, \mathrm{b}]}{\mathrm{f(c)}} = 0$$

C es raíz de la función.

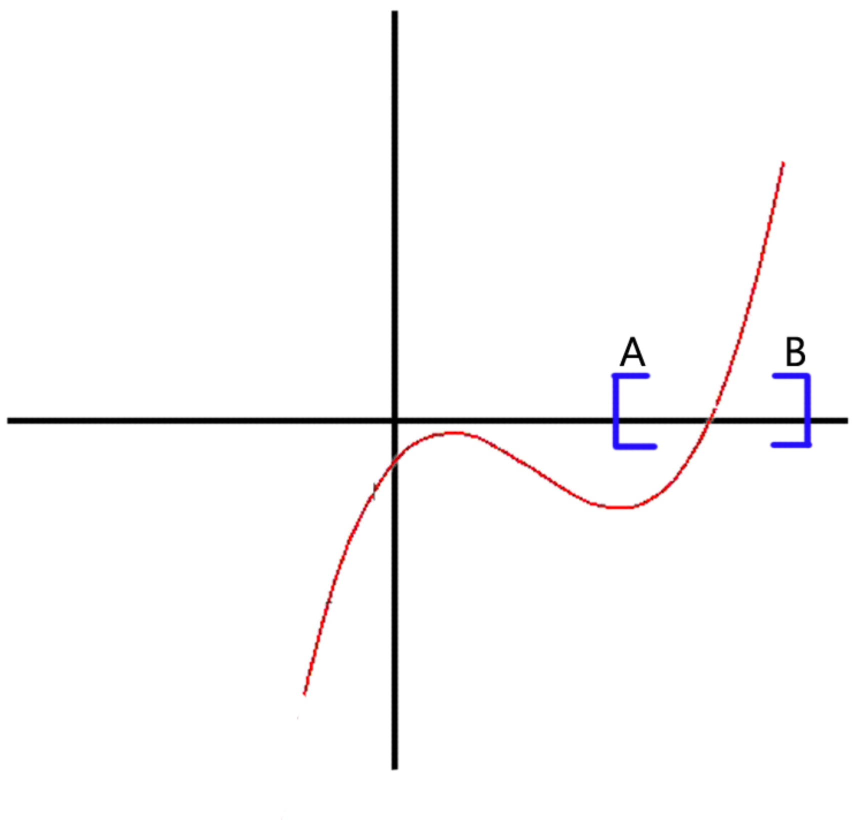

Imagen 1: gráfica con intersección en x y selección de los intervalos para hallar la raíz O ceros incluidos.

Sí f(a) < 0 O f(a) > 0

f(b) > 0 f(b) < 0

Son cambiantes.

Para hallar la raíz se debe utilizar el siguiente procedimiento

$$x1 = \frac{a + b}{2}$$

en donde este desarrollo es la semi-suma de los extremos.

f(x1) < 0 ➔ [x1,b]

$$x2 = \frac{x1 + b}{2}$$

y así sucesivamente para todos los valores obtenidos hasta llegar al valor de la raíz o encontrar el cero(0) que se halla en el intervalo.

En donde:

- Se tiene una función f(x)
- Se define un intervalo [a,b]
- f(a) * f(b) < 0 para garantizar una raíz en el intervalo.

La fórmula que se utilizará en este método para hallar el error relativo es:

$$Er = \frac{|\,\mathrm{rNueva} - \mathrm{rAnt}\,|}{\mathrm{rNueva}}$$

- **Calcular las raíces de la función $x^5 - 3 = 0$** ➔ $f(x) = x^5 - 3 - 0$

  En el intervalo [0,4]

f(0) = -3 < 0

f(4)= (4^5) – 3 = 1.021 >0

$a_1 = 0$ $a_2 = 4$

$$\frac{a1 + a2}{2}$$

$$\frac{0 + 4}{2} = 2$$

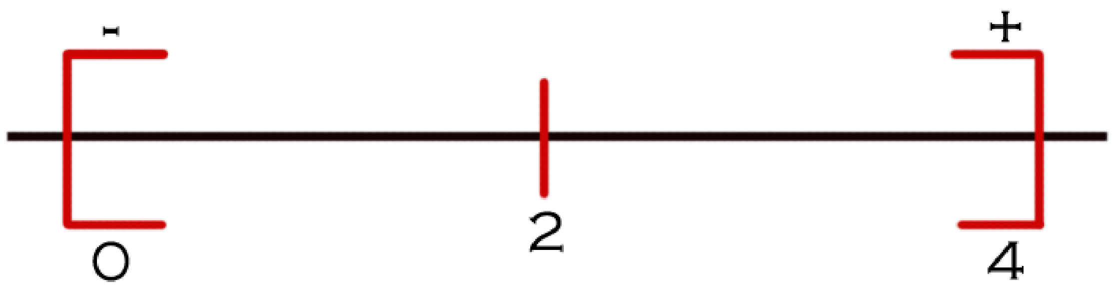

Imagen 2: Demostración gráfica del procedimiento

f(2) = (2^5) - 3 = 29 > 0

Sí f(2) * f(4) > 0 ➔ No estará en la raíz

Pero si f(0) * f(2) < 0 ➔ ahí estará la raíz

Nuevo intervalo [0,2]

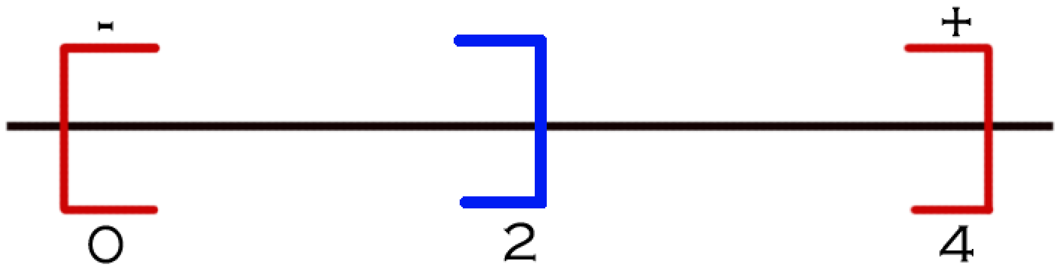

Imagen 3: selección del nuevo intervalo [0,2]

$a_1 = 0$ $\qquad\qquad$ $a_3 = 2$

$$\frac{a1 + a3}{2}$$

$$\frac{0 + 2}{2} = 1$$

$f(1) = (1^5) – 3 = -2 < 0$

Nuevo intervalo [1,2]

$a_4 = 1$ $\qquad\qquad$ $a_3 = 2$

$$\frac{a4 + a3}{2}$$

$$\frac{1 + 2}{2} = 1.5$$

$f(1.5) = (1.5^5) – 3 = 4.5 > 0$

$f(1) < 0$

$f(1.5) > 0$

$f(2) > 0$

Nuevo intervalo [1,1.5]

$a_4 = 1$ $a_5 = 1.5$

$$\frac{a4 + a5}{2}$$

$$\frac{1 + 1.5}{2} = 1.25$$

$f(1.25) = (1.25^5) – 3 = 0.05 > 0$

Nuevo intervalo [1,1.25]

$a_4 = 1$ $a_6 = 1.25$

$$\frac{a4 + a6}{2}$$

$$\frac{1 + 1.25}{2} = 1.125$$

$f(1.125) = (1.125^5) – 3 = -1.1 < 0$

Nuevo intervalo [1.25, 1.125]

$A_6 = 1\ .25$ $a_7 = 1.125$

$$\frac{a6 + a7}{2}$$

$$\frac{1.25 + 1.125}{2} = 1.187$$

f(1.187) = $(1.187^5) - 3 = -0.64 < 0$

Cuantas más iteraciones, mayor es la aproximación al resultado.

Para encontrar el error relativo en cada uno los resultados encontrados al realizar la semi-suma de los extremos de los intervalos o de los nuevos intervalos hallados se debe desarrollar el siguiente procedimiento:

Error relativo 1:

$$Er1 = \frac{x2 - x1}{x2 + x1}$$

$$\frac{1 - 2}{1 + 2} = \ -0{,}33$$

Error relativo 2:

$$Er2 = \frac{x3 - x2}{x3 + x2}$$

$$\frac{1.5 - 1}{1.5 + 1} = 0.2$$

Error relativo 3:

$$Er3 = \frac{x4 - x3}{x4 + x3}$$

$$\frac{1.25 - 1.5}{1\ .25 + 1.5} = -0.09$$

Error relativo 4:

$$Er4 = \frac{x5 - x4}{x5 + x4}$$

$$\frac{1.125 - 1.25}{1.125 + 1.25} = -0.05$$

Error relativo 5:

$$Er5 = \frac{x6 - x5}{x6 + x5}$$

$$\frac{1.187 - 1.125}{1\ .187 + 1.125} = 0.02$$

Tabla de iteraciones.

Extremo Izquierdo	Extremo Derecho	Punto Medio	Valor f(x)	Error relativo
0	4	2	29	
0	2	1	-2	-0.33
1	2	1.5	4.5	0.2
1	1.5	1.25	0.05	-0.09
1	1.25	1.125	-1.1	-0.05
1.25	1.125	1.187	-0.64	0.02