



Guía número 15

MATEMATIC α LPHA

Métodos numéricos

Universidad de san buenaventura de Cali



Mathematic Alpha

2016

PRODUCTO VECTORIAL

El producto cruz o producto vectorial es una operación que se realiza únicamente entre dos vectores en R^3 o matrices de 1×3 . El resultado de este producto será un nuevo vector perpendicular a los otros dos. Como ejemplo consideramos los siguientes vectores u y v .

$$\vec{u} = [1 \quad 2 \quad 3] \quad \vec{v} = [-1 \quad 1 \quad 2]$$

Para poder realizar el producto cruz entre dos vectores tenemos que hacerlo por el método de determinantes, es decir armamos una matriz de 3×3 donde en la primera fila estarán los vectores unitarios $\hat{i} \quad \hat{j} \quad \hat{k}$, las otras dos filas serán ocupadas por nuestros vectores.

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

El siguiente paso es resolver por determinantes, eso se hace primero tapando la primera fila y la primera columna para poder hallar la componente de i , y después multiplicando en cruz los otros cuatro elementos y después restándolos, de la siguiente manera:

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & 2 & 3 \\ \blacksquare & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

Entonces en la dirección de i nos queda lo siguiente $((2 * 2) - (3 * 1))\hat{i}$.

Luego para j hacemos lo mismo pero con la segunda columna y la primera fila.

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

Entonces en la dirección de j nos queda lo siguiente $((1 * 2) - (3 * -1))\hat{j}$.

Repetimos el mismo proceso para k pero con la tercera columna y la primera fila.

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

Entonces en la dirección de k nos queda lo siguiente $((1 * 1) - (2 * -1))\hat{k}$.

Ahora lo que tenemos que hacer es tomar nuestros resultados y operarlos para que nos del vector resultante, de la siguiente manera:

$$\vec{u} \times \vec{v} = (4 - 3)\hat{i} - (2 + 3)\hat{j} + (1 + 2)\hat{k}$$

Nota: el menos de la componente j es por formula, así que ese menos siempre ira cuando estemos haciendo las operaciones.

Lo último que tenemos que hacer es operar lo que falta y ya tendremos el resultado del producto cruz entre nuestros dos vectores u y v.

$$\vec{u} \times \vec{v} = \hat{i} - 5\hat{j} + 3\hat{k}$$