



Guía número 7

MATEMATIC α PHA

Métodos numéricos

Universidad de san buenaventura de Cali



Mathematic Alpha
2016

MÉTODO DE NEWTON RAPHSON:

Este método consiste en encontrar la raíz de una función $f(x)$ usando su derivada y una estimación inicial de la solución x_0 y construimos una sucesión de aproximaciones de forma recurrente, también puede ser usado para encontrar el máximo o mínimo de una función, encontrando los ceros de su primera derivada.

La función que usaremos será esta $F(x) = \ln(x^2 + 1) - e^{\frac{x}{2}} \cos(\pi x)$

El punto inicial será $x_0=0.6$ y el error debe ser menor al 1%.

$$\text{Formula } x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Requerimos la primera derivada para poder calcular el valor de X

Calcular la primera derivada de F(x)

$$F'(x) = \frac{2x}{x^2+1} - \frac{1}{2} e^{\frac{x}{2}} \cos(\pi x) + \pi e^{\frac{x}{2}} \text{sen}(\pi x) .$$

Primera iteración utilizando la formula

$$x_1 = 0.6 - \frac{\ln(0.6^2+1) - e^{\frac{0.6}{2}} \cos(\pi(0.6))}{\frac{2(0.6)}{0.6^2+1} - \frac{1}{2} e^{\frac{0.6}{2}} \cos(\pi(0.6)) + \pi e^{\frac{0.6}{2}} \text{sen}(\pi(0.6))} = 0.4585.$$

Ahora calculamos el error porcentual

$$Er = \left| \frac{x_1 - x_0}{x_1} \right| * 100$$

Reemplazamos

$$Er = \left| \frac{0.4585 - 0.6}{0.4585} \right| * 100 = 30.8\%$$

Como el error aun no es menor al 1% calculamos una nueva iteración

$$x_2 = 0.4585 - \frac{\ln(0.4585^2 + 1) - e^{\frac{0.4585}{2}} \cos(\pi(0.4585))}{\frac{2(0.4585)}{0.4585^2 + 1} - \frac{1}{2} e^{\frac{0.4585}{2}} \cos(\pi(0.4585)) + \pi e^{\frac{0.4585}{2}} \operatorname{sen}(\pi(0.4585))} = 0.45256.$$

Calculamos el error porcentual

$$Er = \left| \frac{0.45256 - 0.4585}{0.45256} \right| * 100 = 1.33\%$$

Como el error aun no es menor al 1% calculamos una nueva iteración

$$x_3 = 0.45256 - \frac{\ln(0.45256^2 + 1) - e^{\frac{0.45256}{2}} \cos(\pi(0.45256))}{\frac{2(0.45256)}{0.45256^2 + 1} - \frac{1}{2} e^{\frac{0.45256}{2}} \cos(\pi(0.45256)) + \pi e^{\frac{0.45256}{2}} \operatorname{sen}(\pi(0.45256))} = 0.45253 .$$

Calculamos el error relativo

$$Er = \left| \frac{0.45253 - 0.45256}{0.45253} \right| * 100 = 5.85 * 10^{-3}\%.$$

Como el error relativo es menor al 1% podemos decir que la raíz es 0.45253.

