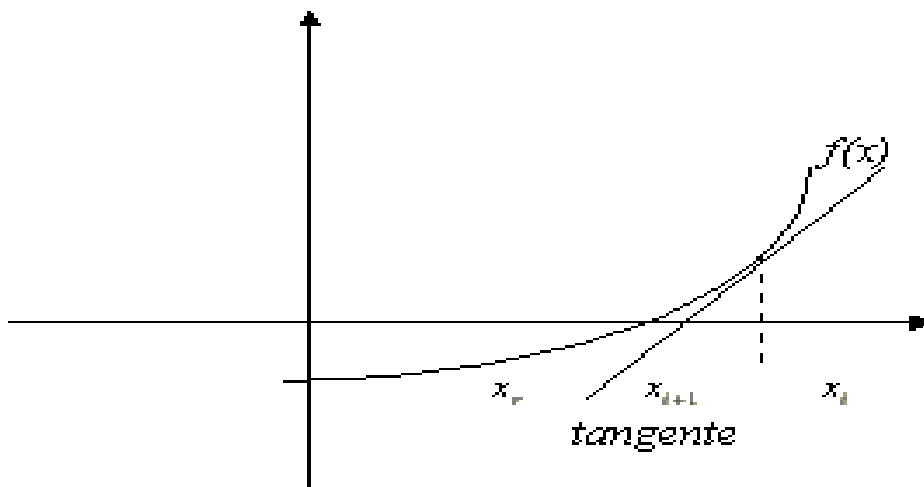




Método de Newton Raphson

Este método, es un método iterativo, es uno de los más usados y efectivos, No trabaja sobre un intervalo sino que basa su fórmula en un proceso iterativo.

Supongamos que tenemos la aproximación x_i a la raíz x_r de $f(x)$,



Trazamos la recta tangente a la curva en el punto $(x_i, f(x_i))$; ésta cruza al eje x en un punto x_{i+1} que será nuestra siguiente aproximación a la raíz x_r .

Para calcular el punto x_{i+1} , calculamos primero la ecuación de la recta tangente. Sabemos que tiene pendiente

$$m = f'(x_i)$$

Y por lo tanto la ecuación de la recta tangente es:

$$y - f(x_i) = f'(x_i)(x - x_i)$$

Hacemos $y = 0$:

$$-f(x_i) = f'(x_i)(x - x_i)$$

Y despejamos x :

$$x = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

Que es la fórmula iterativa de Newton-Raphson para calcular la siguiente aproximación:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}, \text{ si } f'(x_i) \neq 0$$

El método de Newton-Raphson no trabaja con intervalos donde nos asegure que encontraremos la raíz, y de hecho no tenemos ninguna garantía de que nos aproximaremos a dicha raíz. **Desde luego, existen ejemplos donde este método no converge a la raíz, en cuyo caso se dice que el método diverge.**

También observe que en el caso de que $f'(x_i) = 0$, el método no se puede aplicar. De hecho, vemos geoméricamente que esto significa que la recta tangente es horizontal y por lo tanto no interseca al eje x en ningún punto, a menos que coincida con éste, en cuyo caso x_i mismo es una raíz de $f(x)$.

Ejemplo 1

Usar el método de Newton-Raphson, para aproximar la raíz de $f(x) = e^{-x} - \ln x$, comenzando con $x_0 = 1$ y hasta que $|\epsilon_a| < 1\%$.

Solución:

En este caso, tenemos que

$$f'(x) = -e^{-x} - \frac{1}{x}$$

De aquí tenemos que:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{e^{-x_i} - \ln(x_i)}{-e^{-x_i} - \frac{1}{x_i}} = x_i + \frac{e^{-x_i} - \ln(x_i)}{e^{-x_i} + \frac{1}{x_i}}$$

Comenzamos con $x_0 = 1$ y obtenemos:

$$x_1 = x_0 + \frac{e^{-x_0} - \ln(x_0)}{e^{-x_0} + \frac{1}{x_0}} = 1.268941421$$

En este caso, el error aproximado es,

$$|\epsilon_a| = \left| \frac{1.268941421 - 1}{1.268941421} \times 100\% \right| = 21.19\%$$

Continuamos el proceso hasta reducir el error aproximado hasta donde se pidió:

Aprox. a la raíz	Error aprox.
1	
1.268941421	21.19%
1.309108403	3.06%
1.309799389	0.052%

De lo cual concluimos que $\sqrt{26} \approx 5.099019514$, la cual es correcta en todos sus dígitos!



**UNIVERSIDAD DE
SAN BUENAVENTURA
CALI**